চতুর্থ অধ্যায়

সূচক ও লগারিদম

(Exponents and Logarithms)

অনেক বড় বা অনেক ছোট সংখ্যা বা রাশিকে সূচকের সাহায্যে অতি সহজে লিখে প্রকাশ করা যায়। ফলে হিসাব গণনা ও গাণিতিক সমস্যা সমাধান সহজতর হয়। সূচকের মাধ্যমেই সংখ্যার বৈজ্ঞানিক বা আদর্শ রূপ প্রকাশ করা হয়। তাই প্রত্যেক শিক্ষার্থীর সূচকের ধারণা ও এর প্রয়োগ সম্পর্কে জ্ঞান থাকা আবশ্যক।

সূচক থেকেই লগারিদমের সৃষ্টি। আর এই লগারিদমের সাহায্যে সংখ্যা বা রাশির গুণ, ভাগ ও সূচক সম্পর্কিত গণনার কাজ সহজ হয়েছে। বর্তমানে ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার এর ব্যবহার প্রচলনের পূর্ব পর্যন্ত বৈজ্ঞানিক হিসেব গণনায় লগারিদমের ব্যবহার ছিল একমাত্র উপায়। তবে এখনও এগুলোর বিকল্প হিসাবে লগারিদমের ব্যবহার গুরুত্বপূর্ণ। এ অধ্যায়ে সূচক ও লগারিদম সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

- মূলদ সূচক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ধনাত্মক পূর্ণ–সাংখ্যিক সূচক, শূন্য ও ঋণাত্মক পূর্ণ–সাংখ্যিক সূচক ব্যাখ্যা ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- সূচকের নিয়মাবলি বর্ণনা ও তা প্রয়োগ করে সমস্যার সমাধান করতে পারবে।
- nতম মূল ও মূলদ ভগ্নাংশ সূচক ব্যাখ্যা করতে পারবে এবং nতম মূলকে সূচক আকারে প্রকাশ করতে পারবে।
- লগারিদম ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- লগারিদমের সূত্রাবলি প্রমাণ ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- সাধারণ লগারিদম ও স্বাভাবিক লগারিদম ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সংখ্যার বৈজ্ঞানিক রূপ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সাধারণ লগারিদমের পূর্ণক ও অংশক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সাধারণ ও স্বাভাবিক লগারিদম নির্ণয় করতে পারবে।

৪·১ সূচক (*Exponents or Indices*) :

আমরা ষষ্ঠ শ্রেণিতে সূচকের ধারণা পেয়েছি এবং সপ্তম শ্রেণিতে গুণের ও ভাগের সূচক নিয়ম সম্পর্কে জেনেছি। সূচক ও ভিত্তি সংবলিত রাশিকে সূচকীয় রাশি বলা হয়।

কাজ : খালি ঘর পূরণ কর :			
একই সংখ্যা বা রাশির ক্রমিক গুণ	সূচকীয় রাশি	ভিত্তি	ঘাত বা সূচক
$2\times2\times2$	2^3	2	3
$3\times3\times3\times3$		3	
$a\times a\times a$	a^3		
$b\times b\times b\times b\times b$			5

a যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হলে, n সংখ্যক a এর ক্রমিক গুণ, অর্থাৎ, $a\times a\times a\times \ldots\ldots \times a$ কে a^n আকারে লেখা হয়, যেখানে n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

$a\times a\times a\times \ldots\ldots \times a$ (n সংখ্যক a) $= a^n$.

এখানে, $n \rightarrow$ সূচক বা ঘাত
$a \rightarrow$ ভিত্তি

আবার, বিপরীতক্রমে $a^n = a\times a\times a\times \ldots\ldots\times a$ (n সংখ্যক a)

সূচক শুধু ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাই নয়, ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা বা ধনাত্মক ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক ভগ্নাংশও হতে পারে। অর্থাৎ, ভিত্তি $a \in R$ (বাস্তব সংখ্যার সেট) এবং সূচক $n \in Q$ (মূলদ সংখ্যার সেট) এর জন্য a^n সংজ্ঞায়িত। তবে বিশেষ ক্ষেত্রে, $n \in N$ (স্বাভাবিক সংখ্যার সেট) ধরা হয়। তাছাড়া অমূলদ সূচকও হতে পারে। তবে তা মাধ্যমিক স্তরের পাঠ্যসূচি বহির্ভূত বলে এখানে সে সম্পর্কে আলোচনা করা হয় নি।

৪·২ সূচকের সূত্রাবলি

ধরি, $a \in R; m, n \in N$.

সূত্র ১। $a^m \times a^n = a^{m+n}$

সূত্র ২। $$\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} \text{ যখন } m > n \\ \frac{1}{a^{n-m}} \text{ যখন } n > m \end{cases}$$

নিচের ছকের খালি ঘর পূরণ কর :

a^m, a^n $a \neq 0$	$m > n$	$n > m$
	$m = 5,\ n = 3$	$m = 3,\ n = 5$
$a^m \times a^n$	$a^5 \times a^3 = (a\times a\times a\times a\times a)\times(a\times a\times a)$ $= a\times a\times a\times a\times a\times a\times a\times a$ $= a^8 = a^{5+3}$	$a^3 \times a^5 =$
$\frac{a^m}{a^n}$	$\frac{a^5}{a^3} =$	$\frac{a^3}{a^5} = \frac{a\times a\times a}{a\times a\times a\times a\times a}$ $= \frac{1}{a^2} = \frac{1}{a^{5-3}}$

$\therefore\ a^m \times a^n = a^{m+n}$

এবং $$\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} \text{ যখন } m > n \\ \frac{1}{a^{n-m}} \text{ যখন } n > m \end{cases}$$

সূত্র ৩। $(ab)^n = a^n \times b^n$

লক্ষ করি, $(5\times2)^3 = (5\times2)\times(5\times2)\times(5\times2)$ [$\because a^3 = a\times a\times a$; $a = 5\times2$]

$= 5\times2\times5\times2\times5\times2$

$= (5\times5\times5)\times(2\times2\times2)$

$= 5^3 \times 2^3$

সাধারণভাবে, $(ab)^n = ab\times ab\times ab\times.....\times ab$ [n সংখ্যক ab এর ক্রমিক গুণ]

$= (a\times a\times a\times.....\times a)\times(b\times b\times b\times.....\times b)$

$= a^n b^n$

সূত্র ৪। $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, (b \neq 0)$

লক্ষ করি, $\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5}{2}\times\frac{5}{2}\times\frac{5}{2} = \frac{5\times5\times5}{2\times2\times2} = \frac{5^3}{2^3}$

সাধারণভাবে, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times.....\times\frac{a}{b}$ [n সংখ্যক $\frac{a}{b}$ এর ক্রমিক গুণ]

$= \frac{a\times a\times a\times.....\times a}{b\times b\times b\times.....\times b} = \frac{a^n}{b^n}$

সূত্র–১ সূচক বিধি (Index law) নামে পরিচিত। এই সূত্রটির প্রয়োগ ক্ষেত্র সকল পূর্ণ সংখ্যা সম্প্রসারণের লক্ষ্যে a^0 এবং a^{-n} (যেখানে n স্বাভাবিক সংখ্যা) এর সংজ্ঞা দেওয়া প্রয়োজন।

সংজ্ঞা : $a^0 = 1$ $(a \neq 0)$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $(a \neq 0, n \in N)$

এর ফলে সূচক বিধি m এবং n এর সকল পূর্ণসাংখ্যিক মানের জন্য বলবৎ থাকে এবং এরূপ সকল সূচকের জন্য $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ খাটে।

মন্তব্য : $\frac{1}{a^n} = \frac{a^0}{a^n} = a^{0-n} = a^{-n}$

সূত্র ৫। $(a^m)^n = a^{mn}$

$(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m \times.....\times a^m$ [n সংখ্যক a^m এর ক্রমিক গুণ]

$= a^{m+m+m+.....+m}$ [যাতে n সংখ্যক সূচকের যোগফল]

$= a^{n\times m} = a^{mn}$

$\therefore$ $(a^m)^n = a^{mn}$

উদাহরণ ১। সরল কর : (ক) $\frac{5^4\times 8\times 16}{2^5\times 125}$ (খ) $\frac{3\cdot 2^n-4\cdot 2^{n-2}}{2^n-2^{n-1}}$

সমাধান : (ক) $\frac{5^4\times 8\times 16}{2^5\times 125}=\frac{5^4\times 2^3\times 2^4}{2^5\times 5^3}=\frac{5^4\times 2^{3+4}}{5^3\times 2^5}=\frac{5^4}{5^3}\times\frac{2^7}{2^5}=5^{4-3}\times 2^{7-5}$

$=5^1\times 2^2=5\times 4=20$

(খ) $\frac{3\cdot 2^n-4\cdot 2^{n-2}}{2^n-2^{n-1}}=\frac{3\cdot 2^n-2^2\cdot 2^{n-2}}{2^n-2^n\cdot 2^{-1}}=\frac{3\cdot 2^n-2^{2+n-2}}{2^n-2^n\cdot\frac{1}{2}}$

$=\frac{3\cdot 2^n-2^n}{\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot 2^n}=\frac{(3-1)\cdot 2^n}{\frac{1}{2}\cdot 2^n}=\frac{2\cdot 2^n}{\frac{1}{2}\cdot 2^n}=2\cdot 2=4.$

উদাহরণ ২। দেখাও যে, $(a^p)^{q-r}\cdot(a^q)^{r-p}(a^r)^{p-q}=1$

সমাধান : $(a^p)^{q-r}\cdot(a^q)^{r-p}\cdot(a^r)^{p-q}$

$=a^{p(q-r)}.a^{q(r-p)}.a^{r(p-q)},[\because (a^m)^n=a^{mn}]$

$=a^{pq-pr}\cdot a^{qr-pq}\cdot a^{pr-qr}$

$=a^{pq-pr+qr-pq+pr-qr}$

$=a^0=1.$

কাজ : খালি ঘর পূরণ কর :

(*i*) $3\times 3\times 3\times 3=3^{\square}$ (*ii*) $5^{\square}\times 5^3=5^5$ (*iii*) $a^2\times a^{\square}=a^{-3}$ (*iv*) $\frac{4}{4^{\square}}=1$ (*v*) $(-5)^0=\square$

৪·৩ nতম মূল

লক্ষ করি, $5^{\frac{1}{2}}\times 5^{\frac{1}{2}}=\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^2$

আবার, $5^{\frac{1}{2}}\times 5^{\frac{1}{2}}=5^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=5^{2\times\frac{1}{2}}=5$

$\therefore \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^2=5$

$5^{\frac{1}{2}}$ এর বর্গ (দ্বিতীয় ঘাত) = 5 এবং 5 এর বর্গমূল (দ্বিতীয় মূল) = $5^{\frac{1}{2}}$

$5^{\frac{1}{2}}$ কে বর্গমূলের চিহ্ন $\sqrt{\ }$ এর মাধ্যমে $\sqrt{5}$ আকারে লেখা হয়।

আবার, লক্ষ করি, $5^{\frac{1}{3}}\times 5^{\frac{1}{3}}\times 5^{\frac{1}{3}}=\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3$

আবার, $5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = 5^{3\times\frac{1}{3}} = 5$

$$\therefore \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 5.$$

$5^{\frac{1}{3}}$ এর ঘন (তৃতীয় ঘাত) $= 5$ এবং 5 এর ঘনমূল (তৃতীয় মূল) $= 5^{\frac{1}{3}}$

$5^{\frac{1}{3}}$ কে ঘনমূলের চিহ্ন $\sqrt[3]{\ }$ এর মাধ্যমে $\sqrt[3]{5}$ আকারে লেখা হয়।

n তম মূলের ক্ষেত্রে,

$a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \times \ldots\ldots \times a^{\frac{1}{n}}$ [n সংখ্যক $a^{\frac{1}{n}}$ এর ক্রমিক গুণ]

$$= \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n.$$

আবার, $a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \times \ldots\ldots \times a^{\frac{1}{n}}$

$= a^{\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\ldots\ldots+\frac{1}{n}}$ [সূচকে n সংখ্যক $\frac{1}{n}$ এর যোগ]

$= a^{n\times\frac{1}{n}} = a$

$$\therefore \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a.$$

$a^{\frac{1}{n}}$ এর n তম ঘাত $= a$ এবং a এর n তম মূল $= a^{\frac{1}{n}}$

অর্থাৎ, $a^{\frac{1}{n}}$ এর n তম ঘাত $= \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a$ এবং a এর n তম মূল $(a)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$। a এর n তম মূলকে $\sqrt[n]{a}$ আকারে লেখা হয়।

উদাহরণ ৩। সরল কর : (ক) $(12)^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt[3]{54}$ (খ) $(-3)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2$

সমাধান : (ক) $(12)^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt[3]{54} = \frac{1}{(12)^{\frac{1}{2}}} \times (54)^{\frac{1}{3}}$

$$= \frac{1}{(2^2\times 3)^{\frac{1}{2}}} \times (3^3\times 2)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{(2^2)^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}} \times (3^3)^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} \times 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} = \frac{2^{\frac{1}{3}}}{2^1} \times \frac{3^1}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{3^{1-\frac{1}{2}}}{2^{1-\frac{1}{3}}} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{2}{3}}} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{4}}.$$

(খ) $(-3)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2$

$= (-3)(-3)(-3) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)$

$= -27 \times \frac{1}{4}$

$= -\frac{27}{4}$

কাজ : সরল কর : (*i*) $\frac{2^4 \cdot 2^2}{32}$ (*ii*) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{2}} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{5}{2}}$ (*iii*) $8^{\frac{3}{4}} \div 8^{\frac{1}{2}}$

লক্ষণীয় :

1. $a > 0, a \neq 1$ শর্তে $a^x = a^y$ হলে, $x = y$
2. $a > 0, b > 0, x \neq 0$ শর্তে $a^x = b^x$ হলে, $a = b$

উদাহরণ ৪। সমাধান কর : $4^{x+1} = 32$

সমাধান : $4^{x+1} = 32$

বা $(2^2)^{x+1} = 32$, বা $2^{2x+2} = 2^5$

$\therefore 2x + 2 = 5$, [$a^x = a^y$ হলে, $x = y$]

বা $2x = 5 - 2$, বা $2x = 3$

$\therefore x = \frac{3}{2}$

অনুশীলনী ৪·১

সরল কর (১ – ৮) :

১। $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}}$ ২। $\frac{\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}}$ ৩। $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$ ৪। $(2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}$

৫। $\left(\frac{a^2 b^{-1}}{a^{-2} b}\right)^2$ ৬। $\sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x}, (x > 0, y > 0, z > 0)$

৭। $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$ ৮। $\frac{3^{m+1}}{(2^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$

প্রমাণ কর (৯– ১৬) :

৯। $\frac{4^n-1}{2^n-1}=2^n+1$

১০। $\frac{2^{p+1}.3^{2p-q}.5^{p+q}.6^q}{6^q.10^{q+2}.15^p}=\frac{1}{50}$

১১। $\left(\frac{a^\ell}{a^m}\right)^n\cdot\left(\frac{a^m}{a^n}\right)^\ell\cdot\left(\frac{a^n}{a^\ell}\right)^m=1$

১২। $\frac{a^{p+q}}{a^{2r}}\times\frac{a^{q+r}}{a^{2p}}\times\frac{a^{r+p}}{a^{2q}}=1$

১৩। $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}}\cdot\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}}\cdot\left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}=1$

১৪। $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b}\cdot\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c}\cdot\left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a}=1$

১৫। $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r}\times\left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p}\times\left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q}=1$

১৬। যদি $a^x=b,\ b^y=c$ এবং $c^z=a$ হয়, তবে দেখাও যে, $xyz=1$

সমাধান কর (১৭–২০) :

১৭। $4^x=8$ ১৮। $2^{2x+1}=128$ ১৯। $\left(\sqrt{3}\right)^{x+1}=\left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x-1}$ ২০। $2^x+2^{1-x}=3$

২১। $P=x^a, Q=x^b$ এবং $R=x^c$

ক) $P^{bc}.Q^{-ca}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ) $\left(\frac{P}{Q}\right)^{a+b}\times\left(\frac{Q}{R}\right)^{b+c}\div 2(RP)^{a-c}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ) দেখাও যে, $\left(\frac{P}{Q}\right)^{a^2+ab+b^2}\times\left(\frac{Q}{R}\right)^{b^2+bc+c^2}\times\left(\frac{R}{P}\right)^{c^2+ca+a^2}=1$

২২। $X=(2a^{-1}+3b^{-1})^{-1}$, $Y=\sqrt[pq]{\frac{x^p}{x^q}}\times\sqrt[qr]{\frac{x^q}{x^r}}\times\sqrt[rp]{\frac{x^r}{x^p}}$; যেখানে $x>0$ এবং $p,q,r>0$.

এবং $Z=\frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}}\div\frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}$

(ক) X এর মান নির্ণয় কর।

(খ) দেখাও যে, $Y+\sqrt[3]{64}=5$

(গ) প্রমাণ কর যে, $Y\div Z=25$

৪·৪ লগারিদম *(Logarithm)*

সূচকীয় রাশির মান বের করতে লগারিদম ব্যবহার করা হয়। লগারিদমকে সংক্ষেপে লগ (Log) লেখা হয়। বড় বড় সংখ্যা বা রাশির গুণফল, ভাগফল ইত্যাদি log এর সাহায্যে সহজে নির্ণয় করা যায়।

আমরা জানি, $2^3=8$; এই গাণিতিক উক্তিটিকে লগের মাধ্যমে লেখা হয় $\log_2 8=3$. আবার, বিপরীতক্রমে, $\log_2 8=3$ হলে, সূচকের মাধ্যমে লেখা যাবে $2^3=8$; অর্থাৎ, $2^3=8$ হলে $\log_2 8=3$ এবং বিপরীতক্রমে, $\log_2 8=3$ হলে $2^3=8$. একইভাবে, $2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$ কে লগের মাধ্যমে লেখা যায়, $\log_2 \frac{1}{8}=-3$.

$a^x=N,(a>0,a\neq 1)$ হলে, $x=\log_a N$ কে

N এর a ভিত্তিক লগ বলা হয়।

লক্ষণীয় : x ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যাই হোক না কেন, a^x সর্বদা ধনাত্মক। তাই শুধু ধনাত্মক সংখ্যারই লগের মান আছে যা বাস্তব। শূন্য বা ঋণাত্মক সংখ্যার লগের বাস্তব মান নেই।

কাজ ১ : লগের মাধ্যমে প্রকাশ কর :		কাজ ২ : ফাঁকা জায়গা পূরণ কর :	
(i) $10^2=100$		সূচকের মাধ্যমে	লগের মাধ্যমে
(ii) $3^{-2}=\frac{1}{9}$		$10^0=1$	$\log_{10}1=0$
(iii) $\overline{2^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$		$e^0=$ ..... $a^0=1$	$\log_e 1=$ .... = ...
(iv) $\sqrt[4]{2}=4$		$10^1=10$	$\log_{10}10=1$
		$e^1=$ ...	..... = ...
		..... = ...	$\log_a a=1$

লগারিদমের সূত্রাবলি

ধরি, $a>0,a\neq 1;b>0,b\neq 1$ এবং $M>0,N>0.$

সূত্র ১। (ক) $\log_a 1=0,(a>0,a\neq 1)$

(খ) $\log_a a=1,(a>0,a\neq 1)$

প্রমাণ (ক) সূচকের সূত্র হতে জানি, $a^0=1$

$\therefore$ লগের সংজ্ঞা হতে পাই, $\log_a 1=0$ (প্রমাণিত)

(খ) সূচকের সূত্র হতে জানি, $a^1=a$

$\therefore$ লগের সংজ্ঞা হতে পাই, $\log_a a=1$ (প্রমাণিত)।

সূত্র ২। $\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$

প্রমাণ : ধরি, $\log_a M=x,\log_a N=y;$

$\therefore\ M=a^x,N=a^y$

এখন, $MN = a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

$\therefore \log_a(MN) = x + y$, বা $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N [x, y$ এর মান বসিয়ে]

$\therefore \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N.$ (প্রমাণিত)

দ্রষ্টব্য–১। $\log_a(MNP.....) = \log_a M + \log_a N + \log_a P + ...$

দ্রষ্টব্য–২। $\log_a(M \pm N) \neq \log_a M \pm \log_a N$

সূত্র ৩। $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

প্রমাণ : ধরি, $\log_a M = x, \log_a N = y$;

$\therefore M = a^x, N = a^y$

এখন, $\frac{M}{N} = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

$\therefore \log_a\left(\frac{M}{N}\right) = x - y$

$\therefore \log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$ (প্রমাণিত)।

সূত্র ৪। $\log_a M^r = r \log_a M.$

প্রমাণ : ধরি, $\log_a M = x$; $\therefore M = a^x$

বা $(M)^r = (a^x)^r$; বা $M^r = a^{rx}$

$\therefore \log_a M^r = rx$; বা $\log_a M^r = r \log_a M$

$\therefore \log_a M^r = r \log_a M.$ (প্রমাণিত)

দ্রষ্টব্য : $(\log_a M)^r \neq r \log_a M$

সূত্র ৫। $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$, (ভিত্তি পরিবর্তন)

প্রমাণ : ধরি, $\log_a M = x, \log_b M = y$

$\therefore a^x = M, b^y = M$

$\therefore a^x = b^y$, বা $(a^x)^{\frac{1}{y}} = (b^y)^{\frac{1}{y}}$

বা $b = a^{\frac{x}{y}}$

$\therefore \frac{x}{y} = \log_a b$

বা, $x = y \log_a b$, বা $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$ (প্রমাণিত)

অনুসিদ্ধান্ত : $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, অথবা $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

প্রমাণ : আমরা জানি, $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$ [সূত্র ৫]

$M = a$ বসিয়ে পাই, $\log_a a = \log_b a \times \log_a b$

বা, $1 = \log_b a \times \log_a b$; $\therefore \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$, অথবা $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ (প্রমাণিত)।

বা, $1 = \log_b a \times \log_a b$; $\therefore \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$, অথবা $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ (প্রমাণিত)।

উদাহরণ ৫। মান নির্ণয় কর : (ক) $\log_{10} 100$ (খ) $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$ (গ) $\log_{\sqrt{3}} 81$

সমাধান :

(ক) $\log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2\log_{10} 10$ $[\because \log_{10} M^r = r\log_{10} M]$

$= 2 \times 1 = 2$ $[\because \log_a a = 1]$

(খ) $\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = \log_3\left(\frac{1}{3^2}\right) = \log_3 3^{-2} = -2\log_3 3$ $[\because \log_a M^r = r\log_a M]$

$= -2 \times 1 = -2$ $[\because \log_a a = 1]$

(গ) $\log_{\sqrt{3}} 81 = \log_{\sqrt{3}} 3^4 = \log_{\sqrt{3}} \{(\sqrt{3})^2\}^4 = \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^8$

$= 8\log_{\sqrt{3}} \sqrt{3}$ $\left[\because \log_a M^r = r\log_a M\right]$

$= 8 \times 1$ $[\because \log_a a = 1]$

$= 8$

উদাহরণ ৬। (ক) $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত ?

(খ) 400 এর লগ 4 ; ভিত্তি কত ?

সমাধান : (ক) $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ

$= \log_5 5\sqrt{5} = \log_5 (5 \times 5^{\frac{1}{2}}) = \log_5 5^{\frac{3}{2}}$

$\frac{3}{2}\log_5 5$ $[\because \log_a M^r = r\log_a M]$

$= \frac{3}{2} \times 1$ $[\because \log_a a = 1]$

$= \frac{3}{2}$

(খ) ধরি, ভিত্তি a

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $\log_a 400 = 4$

$\therefore a^4 = 400$

বা, $a^4 = (20)^2 = \{(2\sqrt{5})^2\}^2 = (2\sqrt{5})^4$

বা, $a^4 = (2\sqrt{5})^4$

$\therefore a = 2\sqrt{5}$ $[\because a^x = b^x, a^x \neq 0$ হলে, $a = b]$

$\therefore$ ভিত্তি $2\sqrt{5}$

উদাহরণ ৭। x এর মান নির্ণয় কর :

(ক) $\log_{10} x = -2$ (খ) $\log_x 324 = 4$

সমাধান :

(ক) $\log_{10} x = -2$

$\therefore x = 10^{-2} = \frac{1}{10^2}$

বা $x = \frac{1}{100} = 0{\cdot}01$

$\therefore x = 0{\cdot}01$

(খ) $\log_x 324 = 4$

$\therefore x^4 = 324 = 3\times3\times3\times3\times2\times2$

$= 3^4 \times 2^2 = 3^4 \times (\sqrt{2})^4$

বা $x^4 = (3\sqrt{2})^4$

$\therefore x = 3\sqrt{2}.$

উদাহরণ ৮। প্রমাণ কর যে, $3\log_{10} 2 + \log_{10} 5 = \log_{10} 40$

সমাধান : বামপক্ষ $= 3\log_{10} 2 + \log_{10} 5$

$= \log_{10} 2^3 + \log_{10} 5$ $[\because \log_a M^r = r\log_a M]$

$= \log_{10} 8 + \log_{10} 5$

$= \log_{10}(8\times5)$ $[\because \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N]$

$= \log_{10} 40$

$= \log_{10} 2^3 + \log_{10} 5$ $[\because \log_a M^r = r\log_a M]$

$= \log_{10} 8 + \log_{10} 5$

$= \log_{10}(8\times5)$ $[\because \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N]$

$= \log_{10} 40$

= ডানপক্ষ

উদাহরণ ৯। সরল কর : $\dfrac{\log_{10}\sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10}\sqrt{1000}}{\log_{10} 1{\cdot}2}$

সমাধান : $\dfrac{\log_{10}\sqrt{27}+\log_{10}8-\log_{10}\sqrt{1000}}{\log_{10}1\cdot2}$

$$=\frac{\log_{10}(3^3)^{\frac{1}{2}}+\log_{10}2^3-\log_{10}(10^3)^{\frac{1}{2}}}{\log_{10}\frac{12}{10}}$$

$$=\frac{\log_{10}3^{\frac{3}{2}}+\log_{10}2^3-\log_{10}10^{\frac{3}{2}}}{\log_{10}12-\log_{10}10}$$

$$=\frac{\frac{3}{2}\log_{10}3+3\log_{10}2-\frac{3}{2}\log_{10}10}{\log_{10}(3\times2^2)-\log_{10}10}$$

$$\frac{\frac{3}{2}(\log_{10}3+2\log_{10}2-1)}{(\log_{10}3+2\log_{10}2-1)} \quad [\because \log_{10}10=1]$$

$$=\frac{3}{2}.$$

অনুশীলনী ৪·২

১। মান নির্ণয় কর : (ক) $\log_3 81$ (খ) $\log_5\sqrt[3]{5}$ (গ) $\log_4 2$ (ঘ) $\log_{2\sqrt{5}}400$

(ঙ) $\log_5\left(\sqrt[3]{5}.\sqrt{5}\right)$

২। x এর মান নির্ণয় কর : (ক) $\log_5 x=3$ (খ) $\log_x 25=2$ (গ) $\log_x\frac{1}{16}=-2$

৩। দেখাও যে,

(ক) $5\log_{10}5-\log_{10}25=\log_{10}125$

(খ) $\log_{10}\frac{50}{147}=\log_{10}2+2\log_{10}5-\log_{10}3-2\log_{10}7$

(গ) $3\log_{10}2+2\log_{10}3+\log_{10}5=\log_{10}360$

৪। সরল কর :

(ক) $7\log_{10}\frac{10}{9}-2\log_{10}\frac{25}{24}+3\log_{10}\frac{81}{80}$

(খ) $\log_7\left(\sqrt[3]{7}.\sqrt{7}\right)-\log_5\sqrt[3]{3}+\log_4 2$

(গ) $\log_e\frac{a^3b^3}{c^3}+\log_e\frac{b^3c^3}{d^3}+\log_e\frac{c^3d^3}{a^3}-3\log_e b^2c$

৫। $x=2, y=3, z=5, w=7$

ক) $\sqrt{y^3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

খ) $wlog\frac{xz}{y^2}-xlog\frac{z^2}{x^2y}+ylog\frac{y^4}{x^4z}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ) দেখাও যে, $\frac{log\sqrt{y^3}+ylogx-\frac{y}{x}log(xz)}{log(xy)-logz}=log_y\sqrt{y^3}$

৪·৫ সংখ্যার বৈজ্ঞানিক রূপ

সূচকের সাহায্যে আমরা অনেক বড় বা অনেক ছোট সংখ্যাকে ছোট ও সহজ আকারে প্রকাশ করতে পারি। যেমন,
আলোর গতি = 300000 কি.মি./সে. = 300000000 মিটার/সে.

$= 3\times100000000$ মি./সে. $= 3\times10^{8}$ মি./সে.

আবার, একটি হাইড্রোজেন পরমাণুর ব্যাসার্ধ

$= 0\cdot0000000037$ সে. মি.

$= \frac{37}{10000000000}$ সে.মি.$= 37\times10^{-10}$ সে.মি.

$= 3\cdot7\times10\times10^{-10}$ সে.মি.$= 3\cdot7\times10^{-9}$ সে.মি.।

সুবিধার জন্য অনেক বড় বা অনেক ছোট সংখ্যাকে $a\times10^{n}$ আকারে প্রকাশ করা হয়, যেখানে, $1\le a<10$ এবং $n\in Z$. কোনো সংখ্যার $a\times10^{n}$ রূপকে বলা হয় সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিক রূপ।

কাজ : নিচের সংখ্যাগুলোকে বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ কর :	
(ক) 15000	(খ) 0·000512

৪·৬ লগারিদম পদ্ধতি

লগারিদম পদ্ধতি দুই ধরনের :

(ক) স্বাভাবিক লগারিদম (Natural logarithm) :

স্কটল্যান্ডের গণিতবিদ জন নেপিয়ার (*John Napier* : 1550 – 1617) ১৬১৪ সালে e কে ভিত্তি ধরে প্রথম লগারিদম সম্পর্কিত বই প্রকাশ করেন। e একটি অমূলদ সংখ্যা, $e=2\cdot71828.....$। তাঁর এই লগারিদমকে নেপিরিয়ান লগারিদম বা e ভিত্তিক লগারিদম বা স্বাভাবিক লগারিদমও বলা হয়। $\log_e x$ কে $\ln x$ আকারেও লেখা হয়।

(খ) সাধারণ লগারিদম (Common Logarithm) :

ইংল্যান্ডের গাণিতবিদ হেনরি ব্রিগস (*Henry Briggs* : 1561 – 1630) ১৬২৪ সালে 10কে ভিত্তি ধরে লগারিদমের টেবিল (লগ টেবিল বা লগ সারণি) তৈরি করেন। তাঁর এই লগারিদমকে ব্রিগস লগারিদম বা 10 ভিত্তিক লগারিদম বা ব্যবহারিক লগারিদমও বলা হয়।

দ্রষ্টব্য : লগারিদমের ভিত্তির উল্লেখ না থাকলে রাশির (বীজগণিতীয়) ক্ষেত্রে e কে এবং সংখ্যার ক্ষেত্রে 10 কে ভিত্তি হিসেবে ধরা হয়। লগ সারণিতে ভিত্তি 10 ধরতে হয়।

৪·৭ সাধারণ লগারিদমের পূর্ণক ও অংশক

(ক) পূর্ণক (Characteristics) :

ধরি, একটি সংখ্যা N কে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ করে পাই,

$N=a\times10^{n}$, যেখানে $N>0, 1\le a<10$ এবং $n\in Z$।

উভয়পক্ষে 10 ভিত্তিতে লগ নিয়ে পাই,

$\log_{10}N=\log_{10}(a\times10^{n})$

$=\log_{10}a+\log_{10}10^{n}=\log_{10}a+n\log_{10}10$

$\therefore \log_{10}N=n+\log_{10}a \quad [\because \log_{10}10=1]$

ভিত্তি 10 উহ্য রেখে পাই,

$\log N=n+\log a$

nকে বলা হয় $\log N$ এর পূর্ণক।

লক্ষ করি : ছক ১

N	N এর বৈজ্ঞানিক রূপ	সূচক	দশমিক বিন্দুর বামের অংশের অঙ্কসংখ্যা	পূর্ণক
6237	$6\cdot237\times10^{3}$	3	4	$4-1=3$
$623\cdot7$	$6\cdot237\times10^{2}$	2	3	$3-1=2$
$62\cdot37$	$6\cdot237\times10^{1}$	1	2	$2-1=1$
$6\cdot237$	$6\cdot237\times10^{0}$	0	1	$1-1=0$
$0\cdot6237$	$6\cdot237\times10^{-1}$	-1	0	$0-1=-1$

লক্ষ করি : ছক ২

N	N এর বৈজ্ঞানিক রূপ	সূচক	দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী সার্থক অঙ্কেও মাঝে 0 এর সংখ্যা	পূর্ণক
$0\cdot6237$	$6\cdot237\times10^{-1}$	-1	0	$-(0+1)=-1$
$0\cdot06237$	$6\cdot237\times10^{-2}$	-2	1	$-(1+1)=-2$
$0\cdot006237$	$6\cdot237\times10^{-3}$	-3	2	$-(2+1)=-3$

ছক ১ থেকে লক্ষ করি :

প্রদত্ত সংখ্যার পূর্ণ অংশে যতগুলো অঙ্ক থাকবে, সংখ্যাটির লগারিদমের পূর্ণক হবে সেই অঙ্কসংখ্যার চেয়ে 1 কম এবং তা হবে ধনাত্মক। অর্থাৎ উল্লিখিত অংক সংখ্যা m হলে সংখ্যাটির লগারিদমের পূর্ণক হবে (m–1)

ছক–২ থেকে লক্ষ করি :

প্রদত্ত সংখ্যার পূর্ণ অংশ না থাকলে দশমিক বিন্দু ও এর পরের প্রথম সার্থক অঙ্কের মাঝে যতগুলো ০ (শূন্য) থাকবে, সংখ্যাটির লগারিদমের পূর্ণক হবে শূন্যের সংখ্যার চেয়ে 1 বেশি এবং তা হবে ঋণাত্মক। অর্থাৎ উল্লিখিত শূন্যের সংখ্যা k হলে সংখ্যাটির লগারিদমের পূর্ণক হবে {–(k+1)}

দ্রষ্টব্য ১। পূর্ণক ধনাত্মক বা ঋনাত্মক হতে পারে, কিন্তু অংশক সর্বদা ধনাত্মক।

দ্রষ্টব্য ২। কোনো পূর্ণক ঋনাত্মক হলে, পূর্ণকটির বামে '–' চিহ্ন না দিয়ে পূর্ণকটির উপরে '–' (বার চিহ্ন) দিয়ে লেখা হয়। যেমন, পূর্ণক -3 কে লেখা হবে $\bar{3}$ দিয়ে। তা না হলে অংশকসহ লগের সম্পূর্ণ অংশটি ঋণাত্মক বুঝাবে।

উদাহরণ ১০। নিচের সংখ্যাগুলোর লগের পূর্ণক নির্ণয় কর :

(*i*) 5570 (*ii*) $45\cdot70$ (*iii*) $0\cdot4305$ (*iv*) $0\cdot000435$

সমাধান : (*i*) $5570=5\cdot570\times1000=5\cdot570\times10^{3}$

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 3.

অন্যভাবে, 5570 সংখ্যাটিতে অঙ্কের সংখ্যা 4 টি।

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $=4-1=3$

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 3.

(*ii*) $45\cdot70 = 4\cdot570\times10^{1}$

$\therefore$ সংখ্যাটির পূর্ণক 1.

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিকের বামে, অর্থাৎ পূর্ণ অংশে 2 টি অঙ্ক আছে।

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $= 2-1 = 1$

$\therefore$ $45\cdot70$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 1

(*iii*) $0\cdot4305 = 4\cdot305\times10^{-1}$

$\therefore$ সংখ্যাটির পূর্ণক -1

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিক বিন্দুর আগে, অর্থাৎ পূর্ণ অংশে কোনো সার্থক অঙ্ক নেই, বা শূন্যটি অঙ্ক আছে।

$\therefore$ সংখ্যাটির পূর্ণক $= 0-1 = -1 = \bar{1}$

অন্যভাবে, $0\cdot4305$ সংখ্যার দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী ১ম সার্থক অঙ্ক 4 এর মাঝে কোনো 0 (শূন্য) নেই, অর্থাৎ শূন্যটি 0 আছে।

$\therefore$ সংখ্যাটির পূর্ণক $= -(0+1) = -1 = \bar{1}$

$\therefore$ $0\cdot4305$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $\bar{1}$

(*iv*) $0\cdot000435 = 4\cdot35\times10^{-4}$

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক -4 বা $\bar{4}$

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী ১ম সার্থক অঙ্ক 4 এর মাঝে 3 টি 0 (শূন্য) আছে।

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $= -(3+1) = -4 = \bar{4}$

$\therefore$ $0\cdot000435$ এর লগের পূর্ণক $\bar{4}$

(খ) অংশক (*Mantissa*) :

কোনো সংখ্যার সাধারণ লগের অংশক 1 অপেক্ষা ছোট একটি অঋণাত্মক সংখ্যা। এটি মূলত: অমূলদ সংখ্যা। তবে একটি নির্দিষ্ট দশমিক স্থান পর্যন্ত অংশকের মান বের করা হয়।

কোনো সংখ্যার লগের অংশক লগ তালিকা থেকে বের করা যায়। আবার তা ক্যালকুলেটরের সাহায্যেও বের করা যায়। আমরা দ্বিতীয় পদ্ধতিতে, অর্থাৎ ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সংখ্যার লগের অংশক বের করবো।

ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সংখ্যার সাধারণ লগ নির্ণয় :

উদাহরণ ১৩। $\log 2717$ এর পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর :

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

AC	log	2717	=	3·43408

$\therefore$ $\log 2717$ এর পূর্ণক 3 এবং অংশক ·43408

উদাহরণ ১১। $\log\ 43\cdot517$ এর পূর্ণক ও অংশক বের কর।

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

AC	log	43·517	=	1·63866

$\therefore\ \log 43\cdot517$ এর পূর্ণক 1 এবং অংশক $\cdot63866$

উদাহরণ ১২। $0\cdot00836$ এর লগের পূর্ণক ও অংশক কত ?

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

AC	log	0·00836	=	$-2.07779 = -3+0.92221 = \bar{3}.92221$

$\therefore\ \log 0\cdot00836$ এর পূর্ণক -3 এবং অংশক $\cdot92221$, অংশকটি সর্বদা অঋণাত্মক হওয়ায় এখানে পূর্ণকের '–' চিহ্নটি সংখ্যাটির ওপরে দেখানো হয়।

উদাহরণ ১৩। $\log_e 10$ নির্ণয় কর :

সমাধান : $\log_e 10 = \dfrac{1}{\log_{10} e}$

$= \dfrac{1}{\log_{10} 2\cdot71828} = \dfrac{1}{0.43429}$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

$= 2.30259$ (প্রায়)।

বিকল্প : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

AC	ln	10	=	2.30259 (প্রায়)

কাজ : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলোর 10 ভিত্তিক ও e ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর :
(*i*) 2550 (*ii*) 52·143 (*iii*) 0·4145 (*iv*) 0·0742

অনুশীলনী ৪·৩

১। কোন শর্তে $a^0 = 1$?

ক. $a = 0$ খ. $a \neq 0$ গ. $a > 0$ ঘ. $a \neq 1$

২। $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{5}$ এর মান নিচের কোনটি ?

ক. $\sqrt[6]{5}$ খ. $\left(\sqrt[3]{5}\right)^3$ গ. $\left(\sqrt{5}\right)^3$ ঘ. $\sqrt[3]{25}$

৩। কোন শর্তে $log_a\ a = 1$?

ক. $a > 0$ খ. $a \neq 1$ গ. $a > 0, a \neq 1$ ঘ. $a \neq 0, a > 1$

৪। $log_x\ 4 = 2$ হলে, x এর মান কত ?

ক. 2 খ. ± 2 গ. 4 ঘ. 10

৫। একটি সংখ্যাকে $a \times 10^n$ আকারে লেখার জন্য শর্ত কোনটি ?

ক. $1 < a < 10$ খ. $1 \leq a \leq 10$ গ. $1 \leq a < 10$ ঘ. $1 < a \leq 10$

৬। $a>0, b>0$ এবং $a \neq 1, b \neq 1$ হলে-

i. $\log_a b \times \log_b a = 1$

ii. $\log_a M^r = M \log_a r$

iii. $\log_a(\sqrt[3]{a}.\sqrt{a}) = \frac{5}{6}$

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i খ. ii গ. i ও iii ঘ. ii ও ii

৭। $0\cdot0035$ এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত ?

ক. 3 খ. 1 গ. $\bar{2}$ ঘ. $\bar{3}$

$0\cdot0225$ সংখ্যাটি বিবেচনা করে নিচের ৮নং – ১০নং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

৮। সংখ্যাটির a^n আকার নিচের কোনটি ?

ক. $(2\cdot5)^2$ খ. $(\cdot015)^2$ গ. $(1\cdot5)^2$ ঘ. $(\cdot15)^2$

৯। সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিক রূপ নিচের কোনটি ?

ক. 225×10^{-4} খ. $22\cdot5\times10^{-3}$ গ. $2\cdot25\times10^{-2}$ ঘ. $\cdot225\times10^{-1}$

১০। সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক কত ?

ক. $\bar{2}$ খ. $\bar{1}$ গ. 0 ঘ. 2

১১। বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ কর :

(ক) 6530 (খ) $60\cdot831$ (গ) $0\cdot000245$ (ঘ) 37500000 (ঙ) $0\cdot00000014$

১২। সাধারণ দশমিক রূপে প্রকাশ কর :

(ক) 10^5 (খ) 10^{-5} (গ) $2\cdot53\times10^4$ (ঘ) $9\cdot813\times10^{-3}$ (ঙ) $3\cdot12\times10^{-5}$

১৩। নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক বের কর (ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে) :

(ক) 4820 (খ) $72\cdot245$ (গ) $1\cdot734$ (ঘ) $0\cdot045$ (ঙ) $0\cdot000036$

১৪। ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর :

(ক) 27 (খ) $63\cdot147$ (গ) $1\cdot405$ (ঘ) $0\cdot0456$ (ঙ) $0\cdot000673$

১৫। গুণফলের/ভাগফলের সাধারণ লগ (আসন্ন পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) নির্ণয় কর :

(ক) $5\cdot34\times8\cdot7$ (খ) $0\cdot79\times0\cdot56$ (গ) $22\cdot2642\div3\cdot42$ (ঘ) $0\cdot19926\div32\cdot4$

১৬। যদি $\log2=0\cdot30103, \log3=0\cdot47712$ এবং $\log7=0\cdot84510$ হয়, তবে নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর :

(ক) $\log 9$ (খ) $\log 28$ (গ) $\log 42$

১৭। দেওয়া আছে, $x=1000$ এবং $y=0\cdot0625$

ক. x কে $a^n b^n$ আকারে প্রকাশ কর, যেখানে a ও b মৌলিক সংখ্যা।

খ. x ও y এর গুণফলকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর।

গ. xy এর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।